Κλάσματα

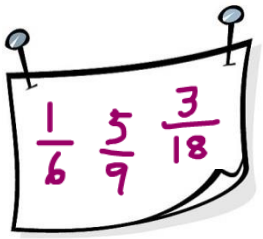
$\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{4}$

© Γρηγόρης Ζερβός

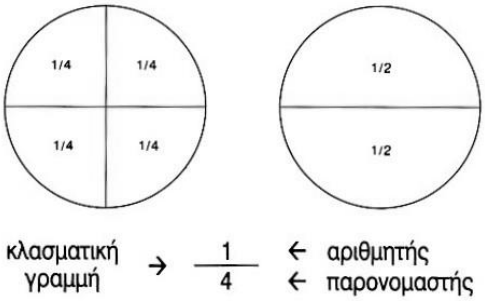
ΚΛΑΣΜΑΤΑ



Κλάσμα ή **κλασματικός αριθμός** είναι ο αριθμός που γίνεται από την κλασματική μονάδα, αν την πάρουμε πολλές φορές.

Π.χ. Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ γίνεται από την κλασματική μονάδα $\frac{1}{4}$ $\left(\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$

Κλασματική μονάδα είναι ένα από τα ίσα μέρη στα οποία χωρίζεται η ακέραια μονάδα.



Τα κλάσματα γράφονται με δύο αριθμούς (ο ένας κάτω από τον άλλο), που χωρίζονται με μία γραμμή, την <u>κλασματική γραμμή</u>.

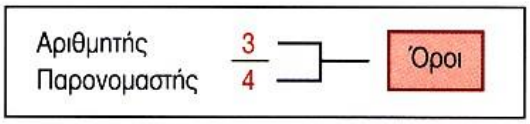
Όροι του κλάσματος

Ο αριθμός που γράφεται κάτω από την κλασματική γραμμή λέγεται **παρονομαστής** και φανερώνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίστηκε η ακέραια μονάδα.

Ο αριθμός που γράφεται πάνω από την κλασματική γραμμή λέγεται **αριθμητής** και φανερώνει πόσα από τα ίσα μέρη, στα οποία χωρίστηκε η ακέραια μονάδα, πήραμε.

Ο αριθμητής και ο παρονομαστής λέγονται **όροι του κλάσματος**.

Π.χ. Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ φανερώνει ότι χωρίσαμε την ακέραια μονάδα σε 4 ίσα μέρη και πήραμε τα 3.



Κάθε κλάσμα είναι το πηλίκο της διαίρεσης, που έχει διαιρετέο τον αριθμητή του κλάσματος και διαιρέτη τον παρονομαστή του, δηλαδή $\frac{4}{5}$ = 4:5.

Γνήσια κλάσματα

Γνήσια κλάσματα λέγονται τα κλάσματα που είναι μικρότερα από την ακέραια μονάδα. Έχουν, δηλαδή, τον αριθμητή μικρότερο από τον παρονομαστή.

Π.χ.: $\frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{15}{20}$

Καταχρηστικά κλάσματα

Καταχρηστικά λέγονται τα κλάσματα που είναι μεγαλύτερα από την ακέραια μονάδα. Έχουν, δηλαδή, τον αριθμητή μεγαλύτερο από τον παρονομαστή.

Π.χ.: $\frac{5}{3}, \frac{8}{6}, \frac{27}{20}$

Κλάσματα ίσα με την ακέραια μονάδα

Κλάσματα ίσα με την ακέραια μονάδα είναι εκείνα που έχουν τον αριθμητή ίσο με τον παρονομαστή.

Π.χ.: $\frac{5}{5}, \frac{8}{8}, \frac{15}{15}$

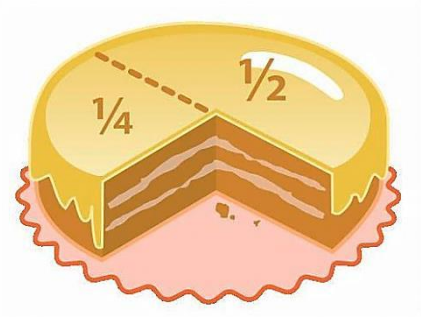
Ομώνυμα & ετερώνυμα κλάσματα

Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Π.χ.: $\frac{4}{9}, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}$

Ετερώνυμα λέγονται τα κλάσματα που δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

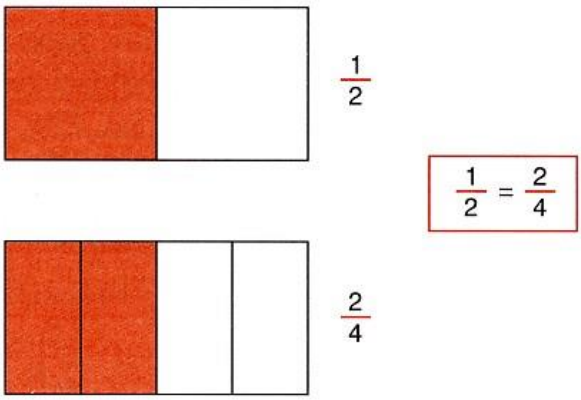
Π.χ.: $\frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{13}{18}$



ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Δύο ή περισσότερα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς όρους, δηλαδή διαφορετικό αριθμητή & παρονομαστή, αλλά εκφράζουν την ίδια ποσότητα, λέγονται **ισοδύναμα**.

Π.χ.

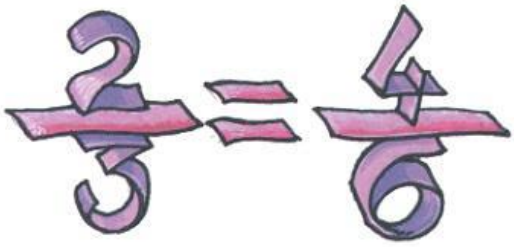


Για να βρούμε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα, <u>πολλαπλασιάζουμε τους όρους σταυρωτά</u>.

Αν τα σταυρωτά γινόμενα είναι ίσα, τότε είναι ισοδύναμα.

Αν τα σταυρωτά γινόμενα είναι άνισα, τότε δεν είναι ισοδύναμα.

$$\frac{3}{5} \times \frac{6}{10} \qquad \boxed{\begin{array}{l} 5 \cdot 6 = 30 \\ 3 \cdot 10 = 30 \end{array}} \rightarrow \text{ισοδύναμα κλάσματα}$$



Πώς φτιάχνω ισοδύναμα κλάσματα

Δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

Παράδειγμα (πολλαπλασιάσω και τους δύο όρους)

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3\times 2}{4\times 2}=\frac{6}{8}$$

Όταν πολλαπλασιάζω και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, δημιουργώ ένα ισοδύναμο κλάσμα με μεγαλύτερους όρους.

Παράδειγμα (διαιρώ και τους δύο όρους)

$$\frac{18}{20} \Rightarrow \frac{18:2}{20:2}=\frac{9}{10}$$

Όταν διαιρώ και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό, δημιουργώ ένα ισοδύναμο κλάσμα με μικρότερους όρους. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **απλοποίηση** (κάνω το κλάσμα πιο απλό).

Όταν ένα κλάσμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί, δεν υπάρχει δηλαδή αριθμός που να διαιρεί ακριβώς και τον αριθμητή και τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα λέγεται **ανάγωγο**.

Για να απλοποιήσω ένα κλάσμα και να το κάνω ανάγωγο, χρησιμοποιώ τον Μ.Κ.Δ. με τον οποίο διαιρώ και τους δύο όρους του κλάσματος.

Παράδειγμα

Θέλω να απλοποιήσω το παρακάτω κλάσμα και να το κάνω ανάγωγο.

- Μπορώ να το κάνω αυτό με διαδοχικές διαιρέσεις. $\frac{36}{42} \Rightarrow \frac{36:2}{42:2}=\frac{18}{21} \quad \frac{18:3}{21:3}=\frac{6}{7}$

ή

- Διαιρώντας με τον Μ.Κ.Δ. για συντομία.
  Μ.Κ.Δ. (36, 42) = 6 $\frac{36}{42} \Rightarrow \frac{36:6}{42:6}=\frac{6}{7}$

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΜΕΙΚΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΣΕ ΚΛΑΣΜΑ & ΤΟ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ

- **Για να μετατρέψουμε γρήγορα ένα κλάσμα σε μεικτό αριθμό...**

1. Διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή.
2. Το πηλίκο της διαίρεσης είναι ο ακέραιος του μεικτού.
3. Το κλάσμα του μεικτού έχει αριθμητή το υπόλοιπο της διαίρεσης και παρονομαστή τον ίδιο με το αρχικό κλάσμα.

Π.χ.

$$\frac{11}{5} = 2\frac{1}{5} \qquad \begin{array}{r|l} 11 & 5 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

Αν διαιρέσουμε τους όρους ενός καταχρηστικού κλάσματος, θα μας προκύψει ή ακέραιος ή μεικτός αριθμός.

$$\frac{6}{3} = 2 \qquad \begin{array}{r|l} 6 & 3 \\ \hline 0 & 2 \end{array} \qquad\qquad \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5} \qquad \begin{array}{r|l} 11 & 5 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

ακέραιος *μεικτός*

- **Για να μετατρέψουμε γρήγορα ένα μεικτό αριθμό σε κλάσμα...**

1. Πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο του μεικτού με τον παρονομαστή του κλάσματός του.
2. Στο γινόμενο που προκύπτει προσθέτουμε τον αριθμητή του μεικτού αριθμού.
3. Το αποτέλεσμα αποτελεί τον αριθμητή του νέου κλάσματος, ενώ παρονομαστής παραμένει ο ίδιος.

Π.χ.

$$2\frac{1}{5} \qquad (5 \times 2)+1 = 10+1 = 11, \text{ άρα } 2\frac{1}{5} = \frac{11}{5}$$

$$1\frac{1}{3} \qquad \frac{4}{3}$$

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ & ΤΟ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ

Κάθε κλάσμα είναι το πηλίκο μιας διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή.

Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό, διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή.

Παράδειγμα

$$\frac{2}{5} = 0{,}4$$

Τον αριθμό αυτό μπορούμε να τον γράψουμε και ως δεκαδικό κλάσμα $\frac{2}{5} = 0{,}4 = \frac{4}{10}$

Αν μια διαίρεση δε δίνει ακριβές πηλίκο, τότε υπολογίζουμε το πηλίκο κατά προσέγγιση (περίπου) και σταματάμε στα χιλιοστά.

Παράδειγμα

$\frac{5}{7}$ = 0,714285... ή 0,714

ΜΕΓΑΛΩΝΩ & ΜΙΚΡΑΙΝΩ ΕΝΑ ΚΛΑΣΜΑ

Για να μεγαλώσω ένα κλάσμα...

- πολλαπλασιάζω τον αριθμητή του κλάσματος με έναν αριθμό (όσες φορές θέλω να το μεγαλώσω)

ή

- διαιρώ τον παρονομαστή του κλάσματος με έναν αριθμό (όσες φορές θέλω να το μεγαλώσω).

<u>Παράδειγμα</u>

$$\frac{3 \times 2}{4} = \frac{6}{4} \quad \text{και} \quad \frac{3}{4:2} = \frac{3}{2}$$

Για να μικρύνω ένα κλάσμα...

- διαιρώ τον αριθμητή του κλάσματος με έναν αριθμό (όσες φορές θέλω να το μικρύνω)

ή

- πολλαπλασιάζω τον παρονομαστή του κλάσματος με έναν αριθμό (όσες φορές θέλω να το μικρύνω).

<u>Παράδειγμα</u>

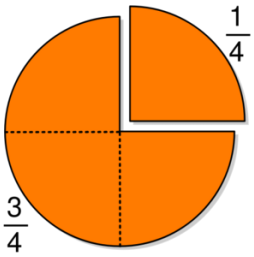
$$\frac{8}{2} : 2 = \frac{4}{2} \quad \text{και} \quad \frac{8}{2 \times 2} = \frac{8}{4}$$

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Ομώνυμα κλάσματα

Όταν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.

Π.χ.: $\frac{10}{15} > \frac{7}{15} > \frac{3}{15}$

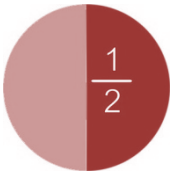


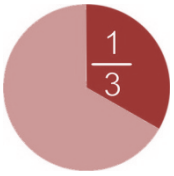
Ετερώνυμα κλάσματα

- **Με ίδιο αριθμητή**

Μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μικρότερο παρονομαστή.

Π.χ.: $\frac{2}{3} > \frac{2}{5} > \frac{2}{7}$





Για να συγκρίνουμε τα υπόλοιπα ετερώνυμα κλάσματα πρέπει ή να τα μετατρέψουμε σε δεκαδικούς αριθμούς ή σε ομώνυμα κλάσματα και μετά να τα συγκρίνουμε.

- **Με διαφορετικό αριθμητή**
  - <u>Α΄ τρόπος</u>

    Π.χ. Θέλουμε να συγκρίνουμε τα κλάσματα $\frac{2}{5}$ και $\frac{3}{8}$.

    Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς: $\frac{2}{5}$ = 0,4 και $\frac{3}{8}$ = 0,375

    Άρα, $\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$, γιατί 0,4 > 0,375
  - <u>Β΄ τρόπος</u>

    Μετατρέπουμε τα ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα και τα συγκρίνουμε.

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΕΤΕΡΩΝΥΜΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ ΣΕ ΟΜΩΝΥΜΑ

Θέλω να μετατρέψω τα παρακάτω ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα.

$\frac{2}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}$

Ακολουθώ τα εξής βήματα:

- Βρίσκω ένα Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών ή καλύτερα το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.).
- Γράφω στο ημικύκλιο (καπελάκι), πάνω από τον αριθμητή του κλάσματος, τον αριθμό εκείνο που, αν τον πολλαπλασιάσω με τον παρονομαστή, μου δίνει το Κοινό Πολλαπλάσιο ή το Ε.Κ.Π. (ανάλογα ποιο χρησιμοποίησα).
- Πολλαπλασιάζω και τους δύο όρους του κλάσματος (αριθμητή και παρονομαστή) με τον αριθμό που είναι στο "καπελάκι".
- Τα ισοδύναμα κλάσματα που προκύπτουν έχουν τον ίδιο παρονομαστή, δηλαδή είναι ομώνυμα.

<u>Παράδειγμα</u>

$$\overset{6}{\frown}\ \frac{2}{4} \downarrow \frac{12}{24} \qquad \overset{4}{\frown}\ \frac{5}{6} \downarrow \frac{20}{24} \qquad \overset{3}{\frown}\ \frac{3}{8} \downarrow \frac{9}{24}$$

ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΚΟΙΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟ (Ε.Κ.Π.)

Πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι οι αριθμοί που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε αυτόν τον αριθμό με άλλους.

Π.χ.
1×5=**5**, 2×5=**10**, 3×5=**15**, 4×5=**20**

Κοινά πολλαπλάσια (Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών είναι τα πολλαπλάσια τα οποία είναι ίδια σε όλους τους αριθμούς.

Π.χ.

Θέλουμε να βρούμε τα κοινά πολλαπλάσια του 2 και του 3 που είναι μικρότερα από το 20.

$Π_2$ = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20.

$Π_3$ = 3, 6, 9, 12, 15, 18

Δεν μπορούμε να υπολογίσουμε όλα τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών. Είναι πάρα πολλά (άπειρα).

Τα κοινά πολλαπλάσια του 2 και του 3, που είναι μικρότερα από το 20, είναι τα 6, 12 και 18 ή Κ.Π. (2, 3) = 6, 12, 18.

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών είναι το μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών.

Στο παραπάνω παράδειγμα το Ε.Κ.Π των αριθμών 2 και 3 είναι το 6 ή Ε.Κ.Π. (2, 3) = 6.

Πώς βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των δύο ή περισσότερων αριθμών

Α΄ ΤΡΟΠΟΣ

- Βρίσκουμε πρώτα πολλαπλάσια των αριθμών.

  Π.χ.: τα πολλαπλάσια των αριθμών 4 και 6.

  $Π_4$ = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 36…

  $Π_6$ = 6, 12, 18, 24, 30…

- Επιλέγουμε τα κοινά πολλαπλάσια.

  $Π_4$ = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 36…

  $Π_6$ = 6, 12, 18, 24, 30…

  Κ.Π. (4, 6) = 12, 24…

  Το μικρότερο (ελάχιστο) από τα κοινά πολλαπλάσια είναι το Ε.Κ.Π., δηλαδή το 12.

Β΄ ΤΡΟΠΟΣ

20	4	12	6	2
10	2	6	3	2
5	1	3	3	3
5	1	1	1	5
1	1	1	1	

- Γράφουμε τους αριθμούς σε μία ευθεία γραμμή και δεξιά του τελευταίου τραβάμε μια κατακόρυφη γραμμή. Εξετάζουμε αν ένας ή περισσότεροι αριθμοί διαιρούνται με το 2 ακριβώς και γράφουμε το 2 δεξιά της γραμμής (αν δε διαιρείται κανείς, πάμε στο 3 κι αν δεν διαιρείται πάλι κανείς στο 5, μετά στο 7, στο 11…). Όσοι από τους αριθμούς διαιρούνται με το 2 γράφουμε κάτω από αυτούς τα πηλίκα. Όσοι αριθμοί δε διαιρούνται ακριβώς με το 2 τους κατεβάζουμε στη δεύτερη γραμμή.
- Στη δεύτερη γραμμή που βρήκαμε υπάρχουν αριθμοί που διαιρούνται με το 2. Κάνουμε τα ίδια με τα προηγούμενα.
- Στην τρίτη γραμμή δεν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 2 ακριβώς. Εξετάζουμε αν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 3. Υπάρχει. Κάνουμε ό,τι και με το 2.
- Στην τέταρτη γραμμή δεν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 3. Εξετάζουμε αν υπάρχει αριθμός που να διαιρείται με το 5. Υπάρχει. Κάνουμε ό,τι και στην πρώτη γραμμή με το 2.
- Έτσι καταλήγουμε σε μια νέα γραμμή που όλα τα πηλίκα είναι μονάδες. Το Ε.Κ.Π. είναι το γινόμενο των αριθμών που βρίσκονται δεξιά της κατακόρυφης γραμμής:

$$\boxed{\text{Ε.Κ.Π. } (20, 4, 12, 6) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60}$$

ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Ομώνυμα κλάσματα

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε ή αφαιρούμε μόνο τους αριθμητές. Ο παρονομαστής παραμένει ο ίδιος.

Παραδείγματα

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8} \qquad \frac{6}{7}-\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$$

Ετερώνυμα κλάσματα

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα, πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

Παράδειγμα

$$\frac{\overset{3}{\smile}}{4}{5} + \frac{\overset{5}{\smile}}{2}{3} = \frac{12}{15} + \frac{10}{15} = \frac{22}{15}$$

ΜΕΓΙΣΤΟΣ ΚΟΙΝΟΣ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ (Μ.Κ.Δ.)

Διαιρέτες

Παράδειγμα

Παίρνουμε τον αριθμό 36. Ο αριθμός αυτός διαιρείται:

36:2=18	36:3=12	36:4=9	36:6=6
36:9=4	36:12=3	36:18=2	36:36=1

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός 36 διαιρείται ακριβώς με τους αριθμούς 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Οι αριθμοί αυτοί λέγονται **διαιρέτες** του αριθμού 36.

Διαιρέτης ενός αριθμού λέγεται ο φυσικός αριθμός που τον διαιρεί ακριβώς.

Κοινοί Διαιρέτες

Παράδειγμα

Παίρνουμε τους αριθμούς 24, 32, 40 και βρίσκουμε ποιοι αριθμοί τους διαιρούν ακριβώς, δηλαδή τους διαιρέτες των αριθμών.

$Δ_{24}$ = $\boxed{2}$, 3, $\boxed{4}$, 6, $\boxed{8}$, 12, 24

$Δ_{32}$ = $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, $\boxed{8}$, 16, 32

$Δ_{40}$ = $\boxed{2}$, $\boxed{4}$, 5, $\boxed{8}$, 10, 20, 40

Οι κοινοί διαιρέτες είναι οι αριθμοί 2, 4 και 8.

Κοινός διαιρέτης δύο ή περισσοτέρων ακεραίων αριθμών λέγεται ο φυσικός αριθμός που τους διαιρεί όλους ακριβώς.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης

Ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες (ΜΚΔ) είναι ο αριθμός 8.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) δύο ή περισσοτέρων ακεραίων αριθμών λέγεται ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες.

Πώς βρίσκουμε τον Μ.Κ.Δ. δύο ή περισσοτέρων αριθμών

1ος τρόπος

Να βρεθεί ο ΜΚΔ των αριθμών 24, 36, 96.

- Βρίσκουμε τους διαιρέτες των αριθμών:

  $Δ_{24}$ = $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, 8, $\boxed{12}$, 24

  $Δ_{36}$ = $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, 9, $\boxed{12}$, 18, 36

  $Δ_{96}$ = $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{6}$, $\boxed{8}$, $\boxed{12}$, 16, 24, 32, 48, 96

- Ξεχωρίζω τους κοινούς διαιρέτες: 2, 3, 4, 6 και 12.

- Ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες (ΜΚΔ) είναι ο 12.

2ος τρόπος

24	36	96
24	12	0
0	12	0

Γράφουμε τους αριθμούς σε οριζόντια διάταξη, κατεβάζουμε τον μικρότερο απ' αυτούς (24) και τους διαιρούμε με αυτόν.
Κάτω από κάθε αριθμό από τους άλλους γράφουμε το αντίστοιχο υπόλοιπο από τη διαίρεσή του (δηλαδή 12 κάτω από το 36 και 0 κάτω από το 96).
Κατεβάζουμε πάλι τον μικρότερο από τους αριθμούς στη β΄ σειρά τώρα (12) και διαιρούμε τους υπόλοιπους με αυτόν.
Όταν μείνει μόνο ένας αριθμός και οι υπόλοιποι είναι 0, αυτός είναι ο ΜΚΔ.
Έτσι έχουμε ΜΚΔ (24, 36, 96) = 12

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα, σχηματίζουμε ένα νέο κλάσμα που έχει στον αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και στον παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

<u>Παράδειγμα</u>

$$\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}=\frac{3\times5}{4\times6}=\frac{15}{24}$$

Με όποια σειρά κι αν πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα το αποτέλεσμα είναι το ίδιο.

<u>Παράδειγμα</u>

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{2\times1}{3\times6}=\frac{2}{18} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{1\times2}{6\times3}=\frac{2}{18}$$

Κάθε ακέραιος μπορεί να γραφτεί ως κλάσμα με παρονομαστή τη μονάδα.

<u>Παράδειγμα</u>

$$3=\frac{3}{1}\,,\quad 5=\frac{5}{1}\,,\quad 15=\frac{15}{1}$$

☑ Αν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε **ακέραιο αριθμό με κλάσμα**, πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο μόνο με τον αριθμητή του κλάσματος…

π.χ. ⇨ $\frac{4}{10}\times2=\frac{4\times2}{10}=\frac{8}{10}$

ή κάνουμε τον ακέραιο αριθμό κλάσμα (βάζοντας στον παρονομαστή τη μονάδα) και στη συνέχεια κάνουμε πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

π.χ. ⇨ $\frac{4}{10}\times2=\frac{4}{10}\times\frac{2}{1}=\frac{4\times2}{10\times1}=\frac{8}{10}$

☑ Αν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε **μεικτό αριθμό με κλάσμα**, μπορούμε να μετατρέψουμε τον μεικτό αριθμό σε κλάσμα και στη συνέχεια να κάνουμε πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

π.χ. ⇨ $1\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{8}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{8\times1}{5\times6}=\frac{8}{30}$

☑ Αν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε **δεκαδικό αριθμό με κλάσμα**, μπορούμε να μετατρέψουμε τον δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα και στη συνέχεια να κάνουμε πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

π.χ. ⇨ $0{,}2 \times \frac{3}{5} = \frac{2}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 10} = \frac{6}{50}$

Αντίστροφοι αριθμοί

Δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι, όταν το γινόμενό τους είναι ακριβώς 1.

π.χ.

- $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{4 \times 3} = \frac{12}{12} = 1$
- $0{,}5 \times 2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{2} = 1$
- $7 \times \frac{1}{7} = \frac{7}{1} \times \frac{1}{7} = \frac{7}{7} = 1$

Για να σχηματίσουμε τον αντίστροφο ενός αριθμού…

- …γράφουμε τον αριθμό με τη μορφή κλάσματος
- …ο αντίστροφος του κλάσματος αυτού είναι ένα νέο κλάσμα το οποίο έχει σαν αριθμητή τον παρονομαστή του αρχικού κλάσματος και σαν παρονομαστή τον αριθμητή του αρχικού κλάσματος.

π.χ.

$\frac{2}{3}$ αντίστροφος ⇨ $\frac{3}{2}$

5 αντίστροφος ⇨ $\frac{1}{5}$

0,8 = $\frac{8}{10}$ αντίστροφος ⇨ $\frac{10}{8}$

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος (δηλαδή τον αντίστροφο αριθμό του διαιρέτη) και κάνουμε πολλαπλασιασμό.

Παράδειγμα

$$\frac{8}{10}:\frac{2}{5}=\frac{8}{10}\times\frac{5}{2}=\frac{40}{20}=2$$

Αν στη θέση του διαιρέτη είναι ακέραιος, μεικτός ή δεκαδικός αριθμός, τον μετατρέπουμε σε κλάσμα και συνεχίζουμε την πράξη.

Περισσότερες πληροφορίες

Γιατί όμως αντιστρέφουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος (γράφουμε δηλαδή τον αντίστροφο αριθμό του διαιρέτη);

Θυμήσου:

Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι πράξεις αντίστροφες.

Αν θέλω να διαιρέσω έναν αριθμό με το 2, μπορώ να το κάνω ως εξής:

$$6:2=3 \quad \text{ή} \quad 6\times\frac{1}{2}=\frac{6}{2}=3$$

Δηλαδή ή να διαιρέσω με το 2 ή να πολλαπλασιάσω με τον αντίστροφο του 2 που είναι το $\frac{1}{2}$

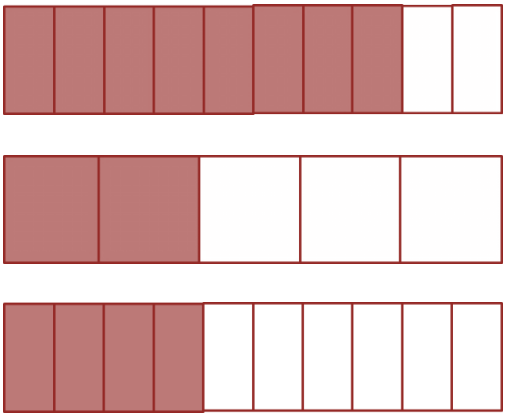
Ακόμα

Μπορώ να διαιρέσω δύο κλάσματα, μετατρέποντάς τα σε ομώνυμα και βρίσκοντας πόσες φορές χωράει το ένα στο άλλο.

Π.χ.

$$\frac{8}{10}:\frac{2}{5}=\frac{8}{10}:\frac{4}{10}=2$$

Αυτά είναι για καλύτερη κατανόηση. Διαίρεση κλασμάτων κάνω με τον απλό τρόπο που αναφέραμε στην αρχή.



$\frac{8}{10}$

$\frac{2}{5}$

$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ χωράει 2 φορές στο $\frac{8}{10}$

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κλάσματα (γενικά)	σελ. 1
Ισοδύναμα κλάσματα	σελ. 3
Μετατροπή μεικτού αριθμού σε κλάσμα και το αντίστροφο	σελ. 5
Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και το αντίστροφο	σελ. 6
Μεγαλώνω και μικραίνω ένα κλάσμα	σελ. 7
Σύγκριση κλασμάτων	σελ. 8
Μετατροπή ετερωνύμων κλασμάτων σε ομώνυμα	σελ. 9
Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.)	σελ. 10
Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	σελ. 12
Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.)	σελ. 13
Πολλαπλασιασμός κλασμάτων	σελ. 15
Διαίρεση κλασμάτων	σελ. 17